数理解析研究所講究録
76巻 1969年 29-36

Venezianoモデルについてのコメント

阪大教養 神吉健

§1. 序

Venezianoモデル(1)はBoson-Boson散乱に應用した場合には、非常に有効である。(2) しかし一方Boson-Fermion散乱に対しては色々な欠点が目立つ。これは此のモデルが少々きゆうくつであって、自由に調節の出来る部分、いいかえればモデルに含まれているパラメーターの数が少なすぎるという事情によるのであろう。そこでこのモデルをよりフレキシブルなものに拡張しようと試みるのであるけれども、困ったことには此のモデルが既製のどの理論とも関聯がうすく拡張にさいしてどんな指導原理に従えばよいかが判然としないのである。此のノートで我々はいくつかの基礎的な仮定から出発して散乱振幅の型を出来るだけVenezianoモデルに近い型にしぼって行くことを試みる。勿論基礎にする仮定は意味が比較的はっきりしていて、且つ実験的にも支持され

るものでなければならない。我々の目標は Veneziano の振幅そのものではなくて、むしろそれを含むより一般的な型を得ることである。そしてそこから Veneziano モデルを拡張する手がかりを得たいと思っている。

以下のノートの内容は完成されたものでなく、一つの見通しを大ざっぱにとらえたものと思って頂きたい。問題はむしろこれからである。

§2. 基礎的仮定

(1). meromorphy in complex l-planes.

これは次の二つの事項を含んでいる。

- ◉ s, t, u チャンネルの complex l-plane でいずれも Sommerfeld-Watson 変換の back-ground 積分の積分路はいくらでも左え押しやることが出来る。
- ◉ 夫々の l-plane の有限領域に於ける部分波振幅の特異点は pole だけである。

第一の事項は高エネルギー大角度散乱の断面積が momentum transfer の増大とともにいくらでも指数的に減少するという実験事実［Exps, $d\sigma/dt \sim \sum_i a_i \exp[+\alpha_i t]$ ］から暗示されるものである。第二の事項についてはいくつかの問題点がある。Pomeranchuck singularity の性質はよくわかっていない。いずれにしてもこの Singularity の寄与は分離

して取扱うことが出来るものとしておく。又 Regge cut は存在するがその寄与は小さく第一近似として無視出来るものと考える。

(2) Rising Regge trajectory

即ち

$$\lim_{s\to\infty} |\alpha_i(s)| = \infty \qquad (2.1)$$

さらに $\alpha_i(s) \equiv \alpha_i^R(s) + i\gamma_i(s)$ とかいて虚数部 $\gamma_i(s)$ に対して

$$\lim_{s\to+\infty} \gamma_i(s) = \infty \qquad (2.2)$$

を仮定する。実数部 $\alpha_i^R(s)$ について我々は必ずしも linear rising trajectory を仮定しない。(註) (2.2)の要求は今 $\alpha_i^R(s)$ が $s\to+\infty$ で無限大になるとした時、高エネルギーでの断面積がエネルギーの smooth な関数で山も谷がないという事実を実現するのに必要なものとして仮定された。

§3. Duality

ポテンシャル散乱と異って、素粒子反応では crossed チャンネルの l-plane の back-ground 積分の積分路が $Re\, l = -1$

(註) 以下の議論では (2.2) が本質的な役割をし $\lim_{s\to\infty}\alpha_i^R(s)=\infty$ は必要がないようにも思われる。この事は興味深い。

なる線の左側にあるか、又はそうでないかに従って理論に大きな違いが現われる。つまり前者の場合には、いわゆるD.H.S. Duality(3)があらわれてくる。今あるCrossing evenな

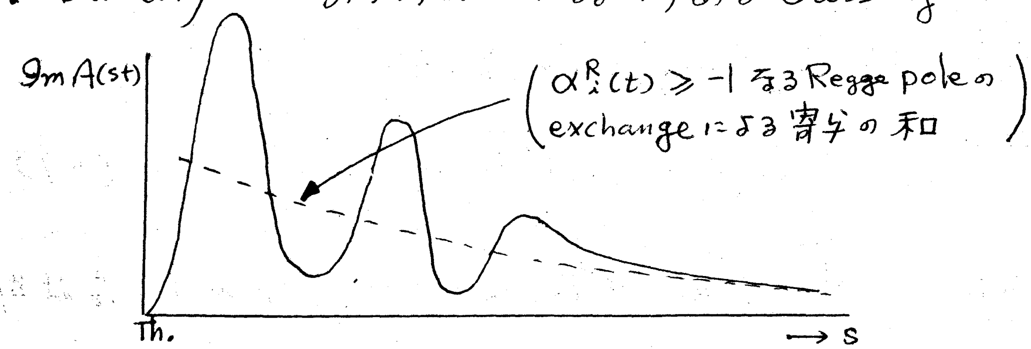


Fig.1　D.H.S. Duality

振幅$A(s,t)$を考える。momentum Transfer tを固定して、$\alpha_i^R(t) \geq -1$ なるすべてのRegge poleの交換の寄与の和を$A(s\,t)$から差し引くと残りはsuperconvergentな振幅になる。その結果Fig.1の如き事情が生じる。Fig.1で点線の上下の面積は相殺されることになる。これをDualityと呼ぶ。(註) 我々は前節の(1)を仮定するので、従ってそこでの振幅はDualityを満さねばならない。

§4. 散乱振幅の構成

本節では§2の(1),(2)の仮定が散乱振幅の型にどのような制限を加えるかを議論しよう。先ず通常のRegge pole項を参照する。

$$\beta_i(s)\, P_{\alpha_i(s)}\left(-\frac{s+2t}{s}\right)\left[\frac{e^{i\pi\alpha_i(s)} \pm 1}{\sin\pi\alpha_i(s)}\right] \qquad (4.1)$$

(註) このノートではこれをもってDualityの定義とする。

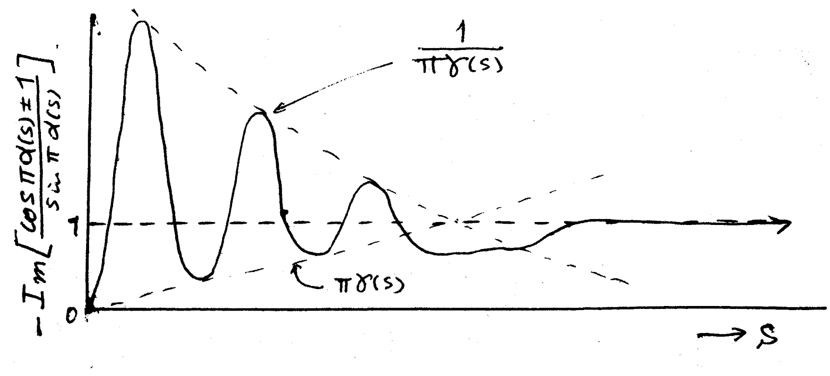
Sチャンネルの Resonance は Regge trajectory $\alpha_i(s)$ を通して上式の最後の[ ]の項によって記述される。この事情は、Regge 理論の特徴であって当然我々の場合も、そのまゝ保存されるべきものである。たゞ(4.1)はそれだけでは実解析関数ではない。back-ground 積分項と合せて全体として実解析関数になっている。我々の場合、仮定(1)によって back-ground 積分路は無限に左方に移動させる。それ故上記の事情をのこしておくことは余り得策ではない。そこで(4.1)のかわりに次の一般形を考える。即ち

$$R(st)\left[\frac{\cos\pi\alpha(s)\pm1}{\sin\pi\alpha(s)}\right] \qquad (4.2)$$

,

$\alpha_i(s)$ のサフィックスは省略した。(4.2) はそれ自身で実解析関数になっている。[$R(st)$, $\alpha(s)$ は実解析関数である。]

さて仮定(2.2)を考慮しながら(4.2)の[ ]の中の量の虚数部を考える。そうすると、それは Fig.2 に示されるような曲線をえがく。ここで大事なことは"$s\to+\infty$ に対してそれ



は −1 という零でない値をとる。ということである。この事はR(st)という関数に非常に強い制限を加える。そもそも(4.2)はSチャンネルRegge項であるから

$$t \to +\infty \text{ に対しては：} \qquad R(st) \sim t^{\alpha(s)} \tag{4.3}$$

なる漸近形を持たねばならない。所が(4.2)の[ ]の中が $s \to +\infty$ に対して零にならないで有限の値に近ずく為にR(st)はさらに

$$s \to +\infty \text{ に対して} \qquad R(st) \sim s^{\bar{\alpha}(t)} \tag{4.4}$$

なる漸近形をとらねばならない。こゝに $\bar{\alpha}(t)$ はtチャンネルRegge poleのどれかである。この事が仮定(2.2)より出てくることは興味深い。こうしてR(st)はs及びtチャンネルのRegge poleに関聯する。Crossing symmetryの立場から(4.2)はさらに次の一般形に拡張されるであろう。(註)

$$R(st)\left[C_1 \frac{\cos\pi\alpha(s) \pm 1}{\sin\pi\alpha(s)} + C_2 \frac{\cos\pi\bar{\alpha}(t) \pm 1}{\sin\pi\bar{\alpha}(t)}\right] \tag{4.5}$$

R(st)は一般性を失うことなく次のように書ける。

$$R(st) = \frac{f(st)}{g(s)R(t)} \tag{4.6}$$

(註) Dualityのもう一つの性質として s, t のpoleが同時にDoubl poleとして存在しない。[4] それ故[ ]の二項は積の形にならない。

但し f, g h の漸近形は

$$
\left.\begin{aligned}
f(st) &\underset{s\to+\infty}{\sim} s^{\alpha(s)+\bar{\alpha}(t)} \\
f(st) &\underset{t\to+\infty}{\sim} t^{\alpha(s)+\bar{\alpha}(t)}
\end{aligned}\right\} \quad (4.7)
$$

$$
\left.\begin{aligned}
g(s) &\underset{s\to+\infty}{\sim} s^{\alpha(s)} \\
h(t) &\underset{t\to+\infty}{\sim} t^{\bar{\alpha}(t)}
\end{aligned}\right\} \quad (4.8)
$$

さらに $g(s)$, $h(t)$ は夫々 $\alpha(s), \bar{\alpha}(t) = -n$ $(n=1,2\cdots)$ で pole をもつ、それは (4.5) の [ ] の中がそこで pole をもつので それを打消すためである。

さて一般型 (4.5) は次の性質をもっている。即ち

(1). Duality を満たす。s チャンネルの物理的領域では [ ] の中の第二項は実数で、従って Fig.(2) に示される性質と (4.4) とから Fig.(1) の特徴的な事情が再現される。

(2). R(st) を Legendre 展開すれば unit spacing な無限個の Daughter を含む (4.4) の為に R(st) は単純な Legendre 関数ではありえないからである。従って (4.5) は夫々一つの Regge family をあらわす。

(3) もし f(s,t) が (s+t) のみの関数であるとすれば、$\alpha(s)$, $\bar{\alpha}(t)$ はともに linear rising で同じ勾配をもたねばならない。しかしこの仮定は物理的意味がはっきりしない。

(4). (4.4) の C_1, C_2 について： Sチャンネルの Regge pole 項をしらべるには $t \to +\infty$ でのふるまいを見ればよい。もし $C_1 = \pm C_2$ であれば $t \to +\infty$ で (4.4) の [ ] の中は $(e^{\pm i\pi\alpha(s)} \pm 1)/\sin\pi\alpha(s)$ となって一つの Regge family をあらわす。もしそうでないならば back-ground 的な項が存在する。(註) Veneziano モデルでは $C_1 = C_2$ であるがこれでは Crossing symmetry を満たすために少しきゅうくつすぎるように思われる。

以上仮定(1)(2)の下で散乱振幅のありうべき一般形を求めた。その結果はいくつかの望ましい性質をもっている。そしてそれは Veneziano モデルよりよりフレキシブルである。もし linear rising trajectory を仮定し $C_1 = C_2$, $g(s) \to \Gamma(\alpha(s))$, $h(t) \to \Gamma(\bar{\alpha}(t))$, $f(st) \to \Gamma(\alpha(s) + \bar{\alpha}(t))$ とすれば Veneziano モデルが得られる。

References.

(1) G. Veneziano, Nuovo Cimento, 57A, (1968), 190.

(2) 例えば. K. Kawarabayashi et al., Phys. Letters, 28B (1969), 432.

(3). R. Dolen, D. Horn and C. Schmid, Phys. Rev. 166 (1968), 1768.

(4) C. H. Mo, Phys. Letters, 28B (1969), 425.